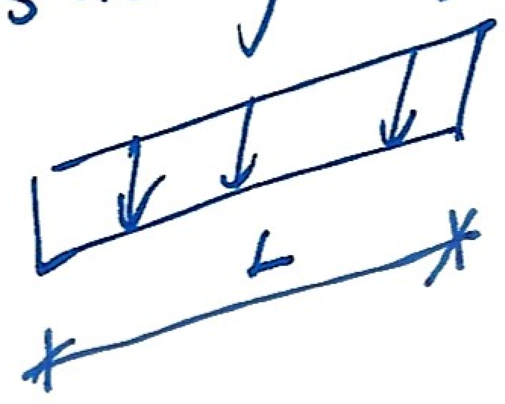
1. OSNOVNI POJMI

1.) • KONTAKTNE SILE:

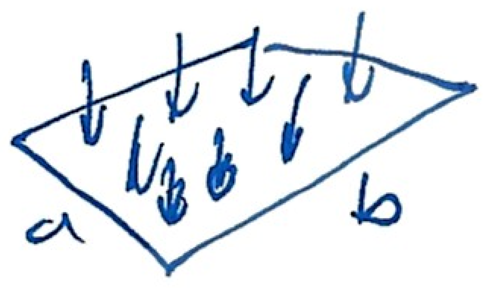
- Točkovna ~~sila~~ obtežba, stik je točka $\vec{P}$ ali $\vec{F}$ [N]
- Linijska obtežba, stik je krivulja $\vec{p}$ [N/m]

$$\vec{F}=\vec{p}\cdot L$$



- Površinska obtežba $\vec{p}, \vec{q}$ [N/m²]

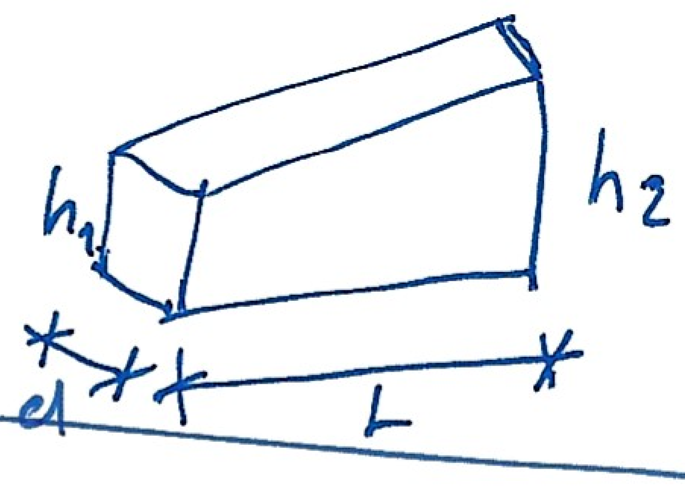
$$\vec{F}=\vec{p}\cdot a\cdot b$$



• SILE NA DALJAVO

- Delovanje med telesi po prostornini

$\vec{v}$ [N/m³] $\qquad \vec{F}=\vec{v}\cdot\frac{h_1+h_2}{2}\cdot L\cdot d$



2.) NEWTNOVI ZAKONI

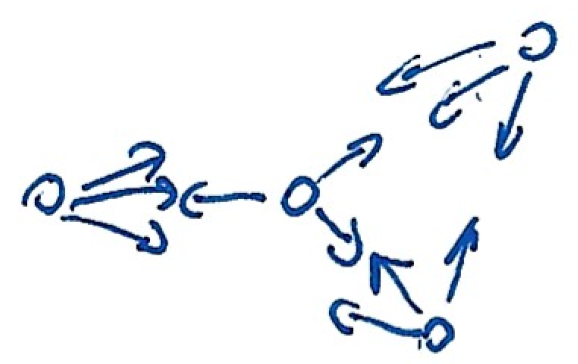
1.NZ) Če na delec ne deluje nobena sila oz. je vsota vseh sil enaka 0. Potem delec miruje ali se giblje enakomerno premočrtno $\boxed{\sum \vec{F}=0}$

2.NZ) Če na delec deluje sila $\vec{F}$ oz. je vsota sil različna od 0, se delec giblje enakomerno pospešeno v smeri sile $\vec{R}$ s pospeškom, ki je sorazmeren sili in povezan z maso m. $\boxed{\vec{R}=m\cdot a}$

3.NZ) Sila s katero 1 delec deluje na drugega je po velikosti enaka in nasprotno usmerjena sili s katero drugi delec deluje na prvega $\boxed{\vec{F_1}=-\vec{F_2}}$

$$\boxed{|\vec{F_1}|=|\vec{F_2}|}$$

3)



$\Sigma F = 0$ → SISTEM DELCEV

Računski model togega telesa

---

4) $\vec{M}^o = \vec{r} \times \vec{F}$ $\qquad |\vec{a} \times \vec{b}| = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \sin\varphi$

Rezultat vektorskega produkta je vektor, ki je pravokoten na vektorja $\vec{r}$ in $\vec{F}$ in kaže v $\underset{poz.}{\perp}$ smeri desno sučnega vrtenja od $\vec{r}$ proti $\vec{F}$.
Njegova dolžina je enaka ploščini paralelograma, ki ga napenjata $\vec{r}$ in $\vec{F}$. Vrne vektor.

---

5) $M_t = \vec{e}_t \cdot \vec{M}^o = \vec{e}_t (\vec{r} \times \vec{F})$ $\qquad \vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos\varphi$

Skalarni produkt je operacija, ki dvema vektorjema priredi število (skalar)

---

6) PROSTOSTNA STOPNJA - stopnja svobode ali degree of freedom

Vsako prosto telo ima vsaj tri prostostne stopnje (pomiki 3x) To so vse prostostne stopnje točke. Telo pa ima še dodatne 3 stopnje (3x zasuki) tako ima 6 prostostnih stopenj, ki se mu jih lahko odvzame z vezmi, podporami...
Je neodvisna možnost gibanja telesa.

PROSTOR

$$\tilde{n}_{ps} = 6 \cdot k - \underbrace{\sum n_{opsp}}_{\text{PODPORE}} - \underbrace{\sum n_{opsv}}_{\text{VEZI}}$$

RAVNINA

$$\tilde{n}_{ps} = 3k - \underbrace{\sum n_{opsp}}_{\text{PODPORE}} - \underbrace{\sum n_{opsv}}_{\text{VEZI}}$$

$$n_{ps} \geq \tilde{n}_{ps}$$

$n_{ps} > 0$, $\tilde{n}_{ps} > 0$	PREMIKA
$n_{ps} = 0$	MIRUJE
$\tilde{n}_{ps} = 0$, $\tilde{n}_{ps} < 0$	PREMIKA ali MIRUJE

7.) Podprti sistem togih teles ~~lahko~~ v mirovanju lahko obravnavamo kot nepodprti sistem, če podpore odstranimo, vezi pa sprostimo in jih nadomestimo statičnimi silami in momenti, ki ohranijo sistem delcev v mirovanju. Nadomestne sile se imenujejo sile v vezeh ~~ali~~ in reakcije v podporah.

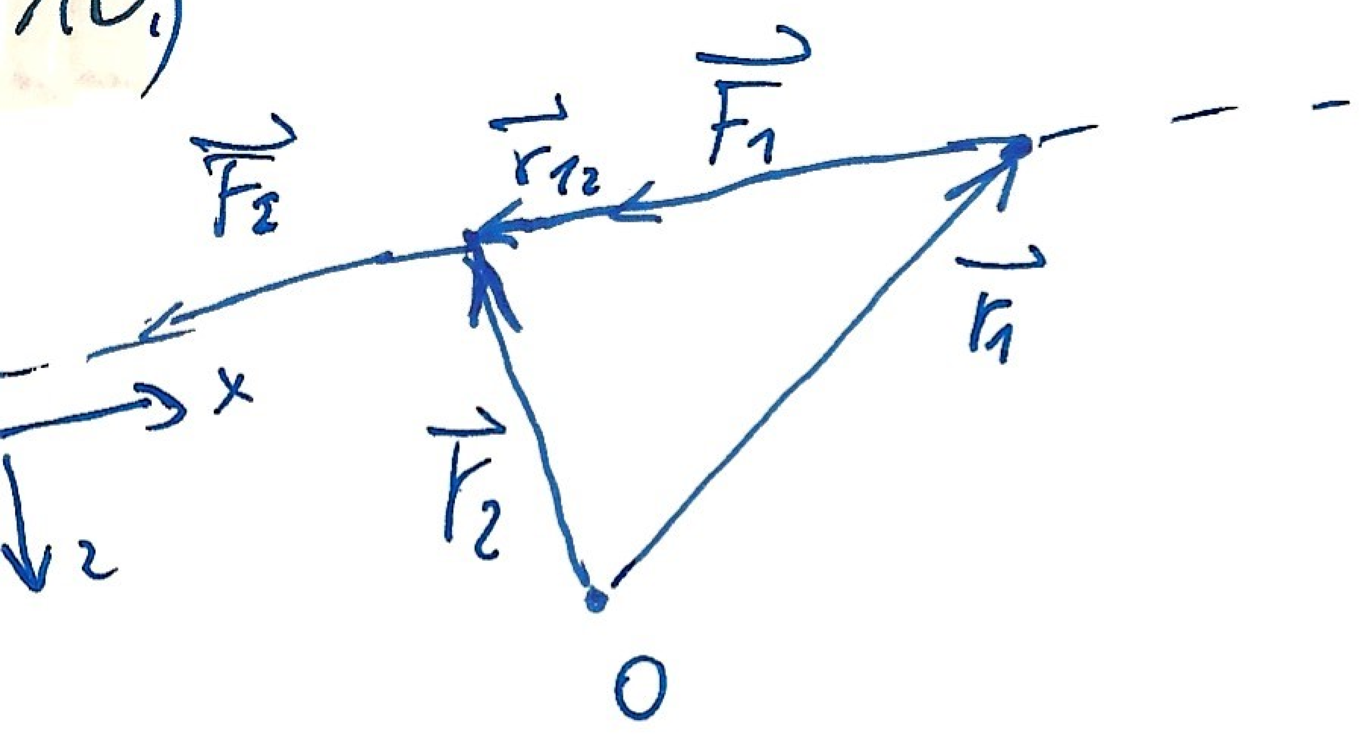
8.) Računski modeli gradbenih konstrukcij so lahko linijski, ploskovni ali prostorski.

9.) Z rezultanto sil statično enakovredno nadomestimo ~~Razmestimo~~ sistem sil, ki deluje na telo.

$$\vec{R} = \sum_{i=1}^{n} \vec{F_i} \qquad \vec{M}_R^o = \sum_{i=1}^{n} \vec{r_i} \times \vec{F_i}$$

- Če imata dva sistema sil enaki rezultanti sil in enaki rezultanti momentov sta statično enakovredna, kar pomeni, da imata enak vpliv na togo telo.

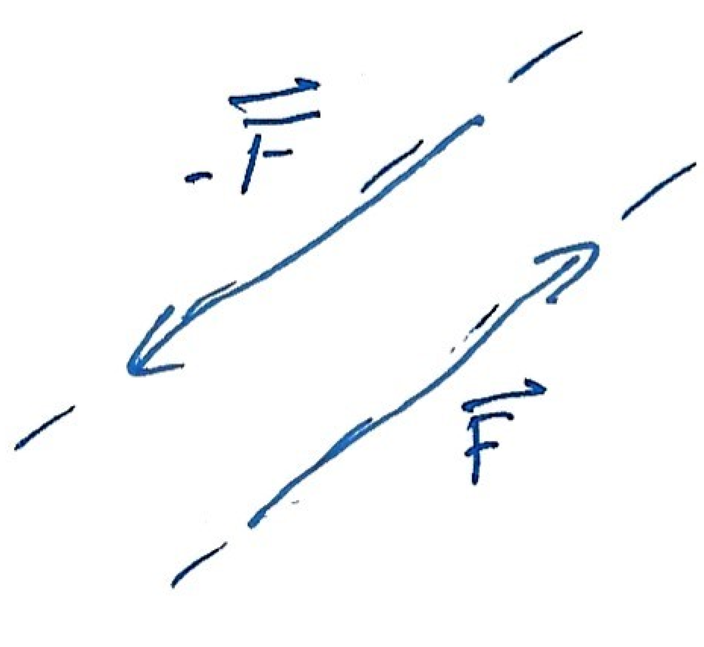
10.)



$$\vec{M}_o(\vec{F_1}) = \vec{r_1} \times \vec{F_1}$$
$$\vec{M}_o(\vec{F_2}) = \vec{r_2} \times \vec{F_2}$$
$$= (\vec{r_{12}} + \vec{r_1}) \times \vec{F_2}$$
$$= \vec{r_{12}} \times \vec{F_2} + \vec{r_1} \times \vec{F_2}$$
$$\vec{M}_o(\vec{F_1}) = \vec{M}_o(\vec{F_2}) \qquad \vec{F_2} \parallel \vec{r_{12}} = 0$$

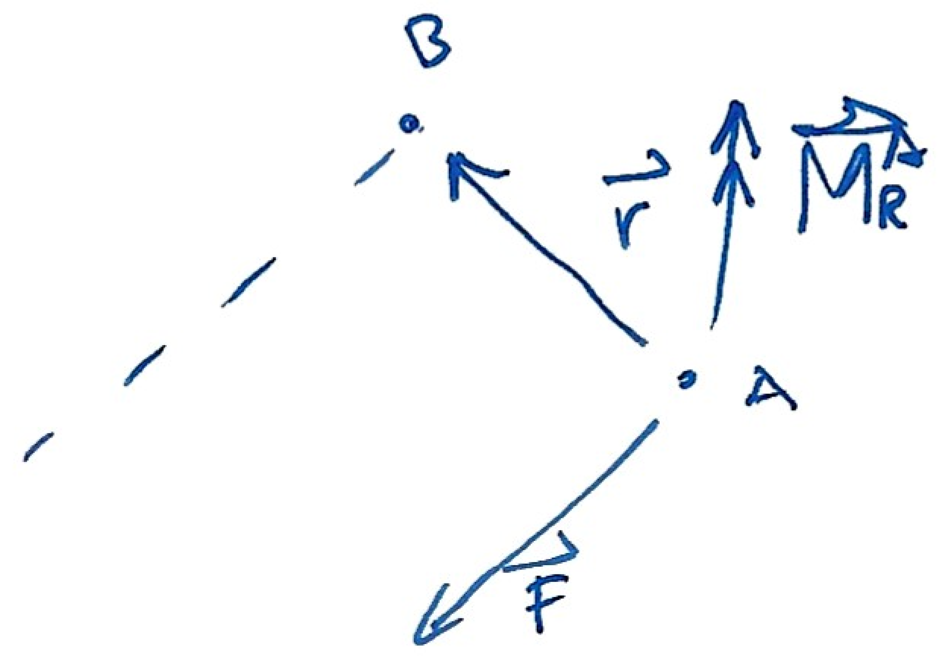
$\Sigma F_x = 0$
Še vedno velja

11.) DVOJICA SIL - dve enako veliki in nasprotno usmerjeni sili, ležita na vzporednih smernicah. $\Sigma F = 0 \quad \Sigma M \neq 0$



RAVNOTEŽNI PAR SIL - imenujemo dve po velikosti enaki sili, nasprotno usmerjeni, na isti smernici. $\Sigma F = 0, \Sigma M = 0$

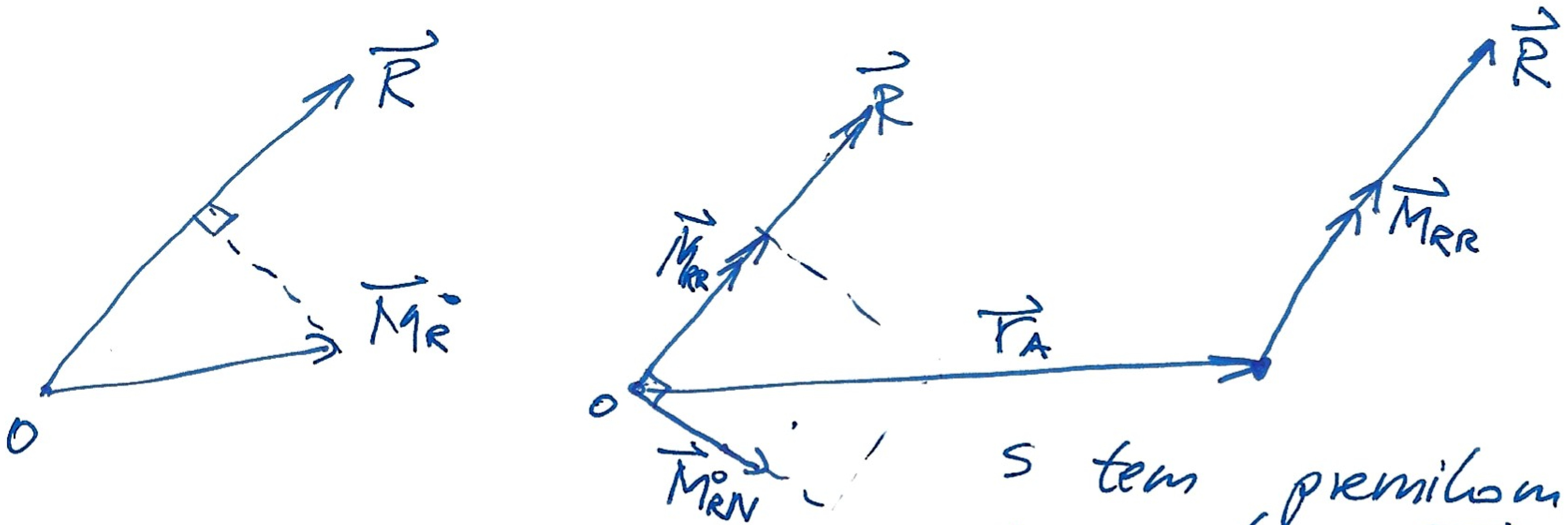
12.) • Če silo $\vec{F}$ vzporedno premaknemo moramo za statično enakovreden sistem dodati moment sile



• Silo in moment lahko nadomestimo le s silo če sta med seboj pravokotna.

$$\vec{M}_R^A = \vec{M}_R^O - \vec{r} \times \vec{F} = \vec{0} \rightarrow \vec{M}_R^O = \vec{r} \times \vec{F}$$

13.) Rezultanto sil in momentov želimo nadomestiti samo z Rezultanto sil in $\vec{M}_{RR}$ ki leži na isti smernici kot $\vec{R}$. Par $\vec{R}$ in $\vec{M}_{RR}$ imenujemo <u>DINAMA</u>, vektor $\vec{r}_A$ pa <u>os sistema</u>.



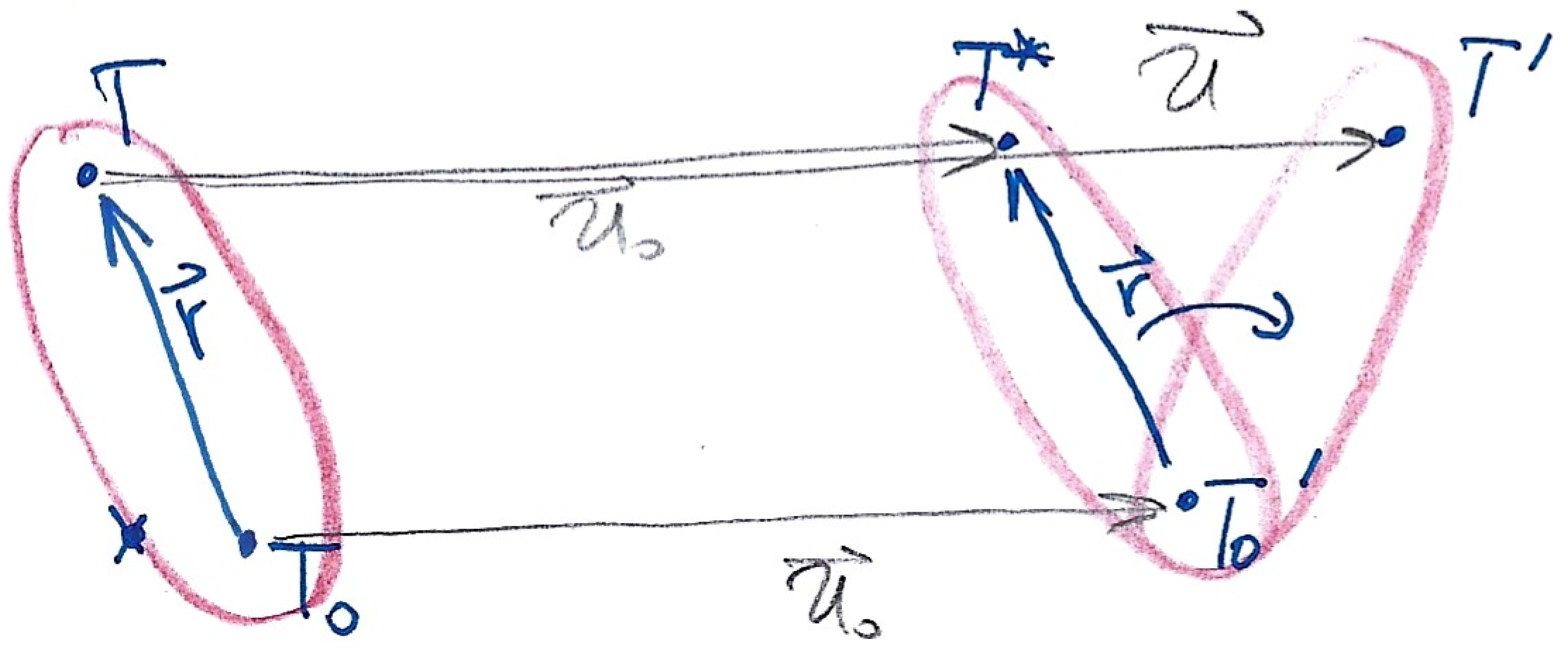
S tem premikom se znebimo momenta $\vec{M}_{RN}$ in osi sistema:

Postopek določitve dinama

1) $\vec{R}, \vec{M}_R^O$
2) $\vec{M}_{RR} = (\vec{M}_R^O \cdot \vec{e}_r)\,\vec{e}_r$
3) $\vec{M}_{RN} = \vec{M}_R^O - \vec{M}_{RR}$
4) $\vec{r}_A \times \vec{R} = \vec{M}_{RN}$

2.) RAVNOTEŽNI POGOJI

1.)



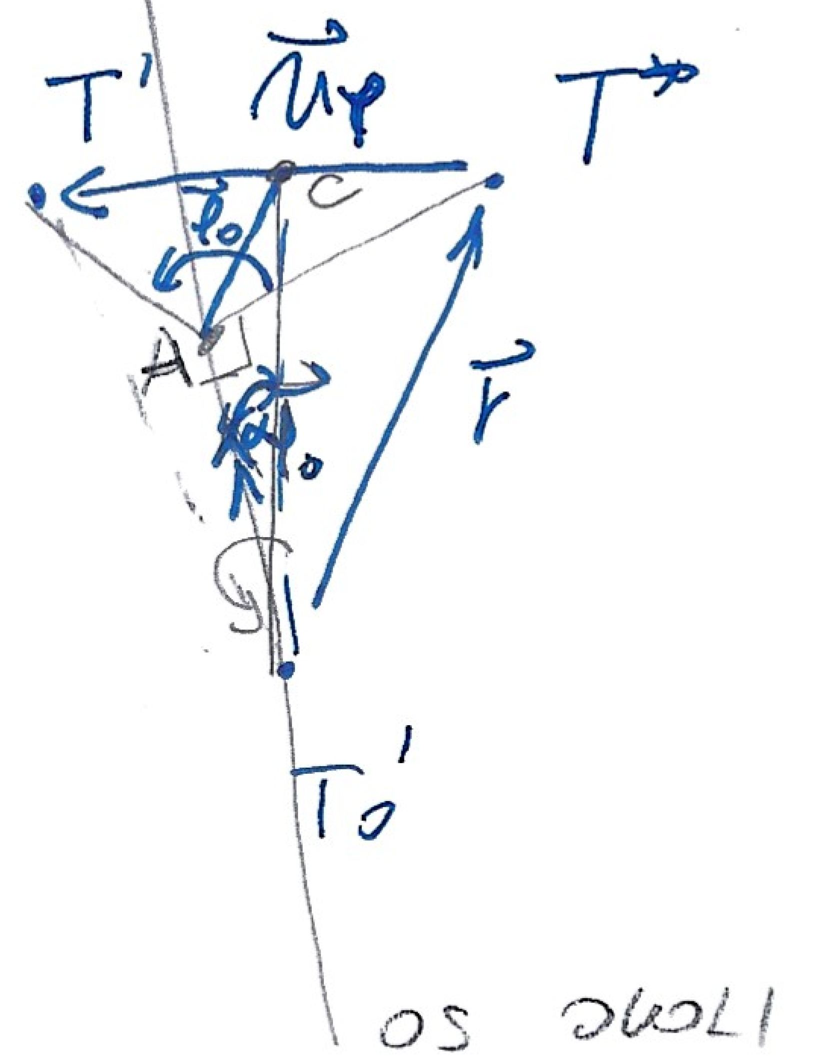
$\vec u = \overrightarrow{TT'}$

$\vec u_0 = \overrightarrow{T_0T_0'}$

$\vec u_0 = \overrightarrow{TT^*}$

$\boxed{\vec u = \vec u_0 + \vec u_\varphi}$ → Translatoren pomik

DOLOČITEV POMIKA $\vec u_\varphi$ (Majhni zasuki φ_0)



$AT^*T' \perp$ OS VRTENJA

$\vec{AC} \perp \overrightarrow{T^*T'} = \vec u_\varphi$

$\vec u_\varphi \perp \vec\varphi_0 \qquad \vec u_\varphi \perp \overrightarrow{T_0'C}$

$\vec\varphi_0 = \varphi_0 \cdot \vec e_t$

$|\vec u_\varphi| = u_\varphi = \varphi_0 \cdot \overline{AC} = \varphi_0 \cdot \overline{T_0'C} \cdot \sin\alpha \approx \varphi_0 \cdot r \cdot \sin\alpha$

$\overline{AC} = \overline{T_0'C} \cdot \sin\alpha$

Zaradi majhnih pomikov ⇒ $\overline{T_0'C} \approx \vec r$

$\vec u_\varphi = \vec\varphi_0 \times \vec r$

$$\boxed{\vec u = \vec u_0 + \vec\varphi_0 \times \vec r}$$

ZASUKI VSEH TOČK TOGEGA TELESA SO ENAKI:

$\vec\varphi_0 = \vec\varphi \qquad \vec\varphi_0$ zasuk v $T_0 \qquad \vec\varphi$ zasuk v T

$\vec u = \vec u_0 + \vec\varphi_0 \times \vec r$

$\vec u_0 = \vec u + \vec\varphi \times \vec r^*$

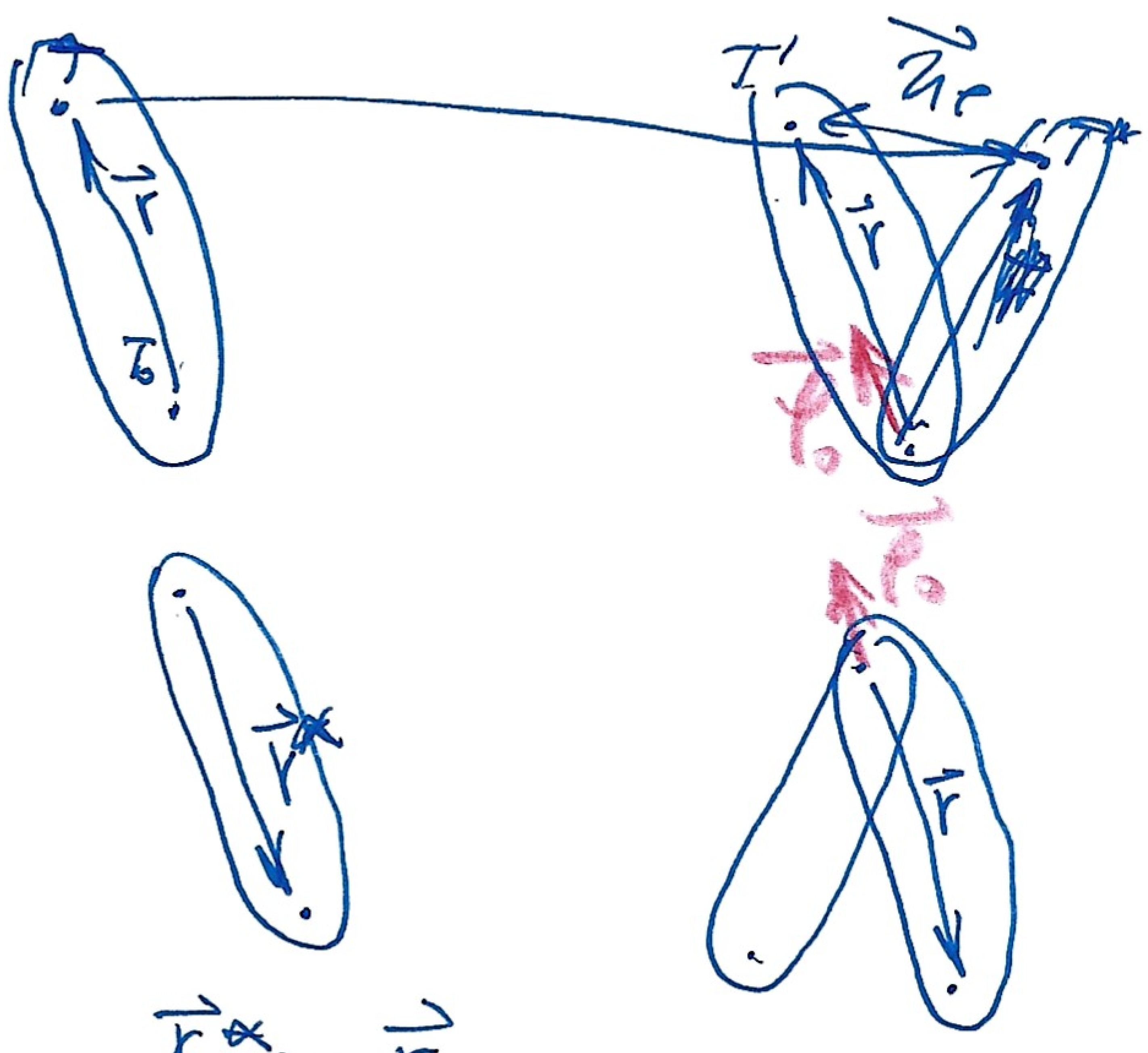
$\cancel{\vec u + \vec u_0} = \cancel{\vec u + \vec u_0} + \vec\varphi_0 \times \vec r + \vec\varphi \times \vec r^*$

$\vec\varphi_0 \times \vec r - \vec\varphi \times \vec r = \vec 0$

$(\vec\varphi_0 - \vec\varphi) \times \vec r = \vec 0$

$\vec\varphi_0 - \vec\varphi = \vec 0$

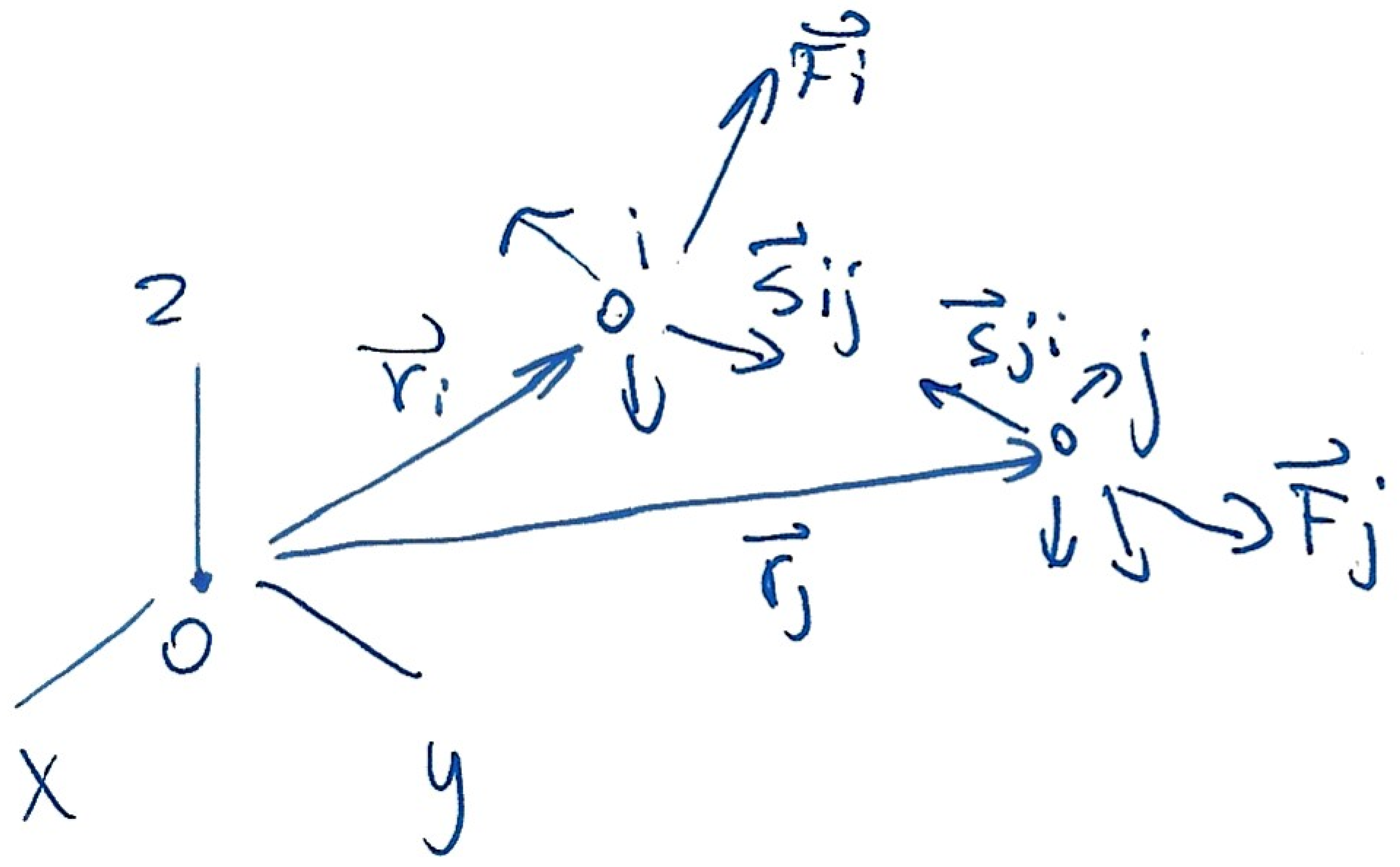
$$\boxed{\vec\varphi_0 = \vec\varphi}$$



$\vec r^* = -\vec r$

ZASUK KATEREGAKOLI DELA TOGEGA TELESA BO ENAK V VSAKI TOČKI.

2.)



$$\vec S_{ij} = -\vec S_{ji}$$

(1) $\vec S_{11} + \vec S_{12} + \dots \vec S_{1n} + \vec F_1 = \vec 0$

(i) $\vec S_{i1} + \vec S_{i2} + \dots \vec S_{in} + \vec F_i = \vec 0$

(j) $\vec S_{j1} + \vec S_{j2} + \dots \vec S_{jn} + \vec F_j = \vec 0$

$$\sum \vec F_1 + \vec F_2 + \dots \vec F_n = \vec 0$$

$$\boxed{\sum_{i=1}^{n} \vec F_i = \vec 0}$$

RAVNOTEŽJE MOMENTOV

(1) $\vec r_1 \times \vec S_{11} + \vec r_1 \times \vec S_{12} + \dots + \vec r_1 \times \vec F_1 = \vec 0$

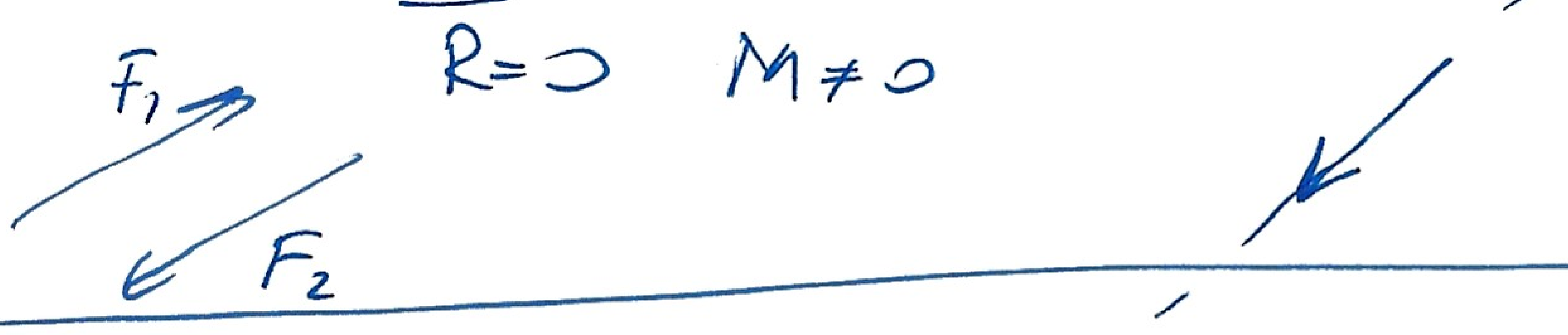
(i) $\vec r_i \times \vec S_{i1} + \vec r_i \times \vec S_{i2} + \dots + \vec r_i \times \vec F_1 = \vec 0$

(j) $\vec r_j \times \vec S_{j1} + \vec r_j \times \vec S_{j2} + \dots + r_j \times S_{ji} + \dots + \vec r_j \times \vec F_j = 0$

$$\boxed{\sum_{i=1}^{n} \vec r_i \times \vec F_1 = \vec 0}$$

Da saj imamo 6 enačb za 6 neznank pri enem togem telesu.

OSNOVNI RAVNOTEŽNI POGOJI SO POTREBNI IN ZADOSTNI ZA MIROVANJE TOGEGA TELESA.



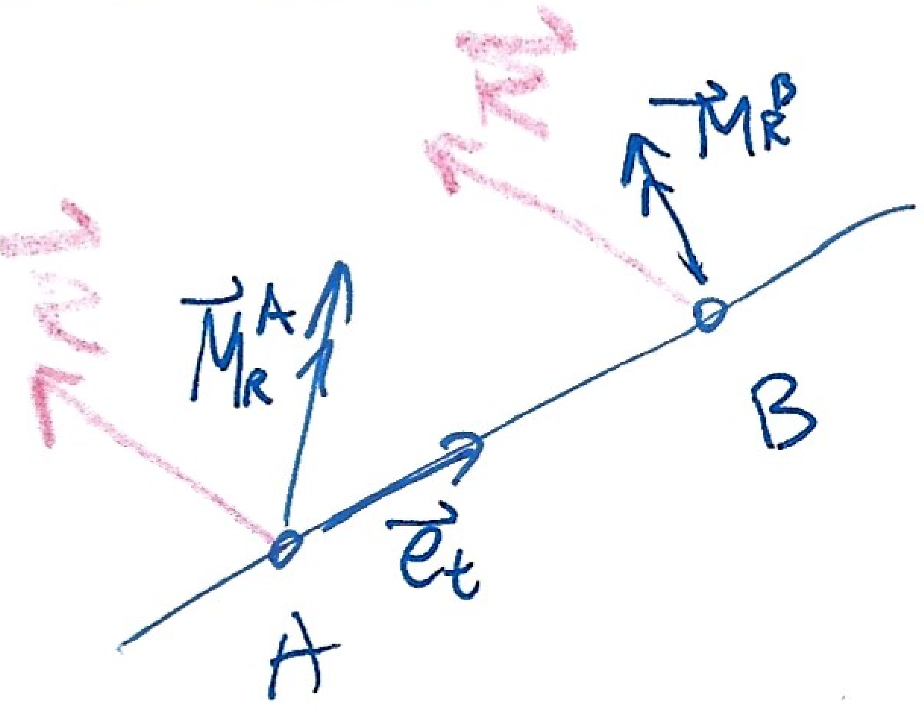
$\vec R = 0 \quad M \neq 0$

$M = 0 \quad F \neq 0$

3.) 1. NADOMESTNI R.P.

$\boxed{\vec M_R^A = \vec 0}$ $\boxed{\vec M_R^B = \vec 0}$

6 enačb
5 neodvisnih



$$M_{Rt}^A = \vec M_R^A \cdot \vec e_t = M_t$$

$$M_{Rt}^B = \vec M_R^B \cdot \vec e_t = M_t$$

$$\vec M_R^A \cdot \vec e_t = \vec M_R^B \cdot \vec e_t$$

$$(\vec M_R^A - \vec M_R^B) \cdot \vec e_t = \vec 0$$

VEZNA ENAČBA ZARADI KATERE ZGORNJI ENAČBI NISTA NEODVISNI.

$$\underbrace{\vec M_R^B}_{=0} = \underbrace{\vec M_R^A}_{=0} + \vec r_{BA} \times \vec R \Rightarrow \boxed{\vec r_{BA} \times \vec R = 0}$$

$\vec r_{BA} \parallel \vec R$
$\vec R = \vec 0$ (mora biti)

$$\Rightarrow \boxed{\vec R \cdot \vec e_p = 0}$$

3.) 2. NADOMESTNI RAVNOTEŽNI POGOJI

$\boxed{\vec{M}_R^A=\vec{0}}$ $\boxed{\vec{M}_R^B=\vec{0}}$ $\boxed{\vec{M}_R^C=\vec{0}}$

A, B, C niso kolinearne. 9 enačb

6 neodvisnih enačb

Da je $\vec{R}=0$ zagotavlja 3. pogoj, tudi če bi bila rezultanta na premici AB.

3.) PODPORE IN VEZI

1.) $k_{ux}, k_{uy}, k_{uz}, k_{lx}, k_{ly}, k_{lz} \rightarrow$ št. različnih pomikov/zasukov v določeni smeri

$$n_{ps} = k_{ux} + k_{uy} + k_{uz} + k_{lx} + k_{ly} + k_{lz}$$

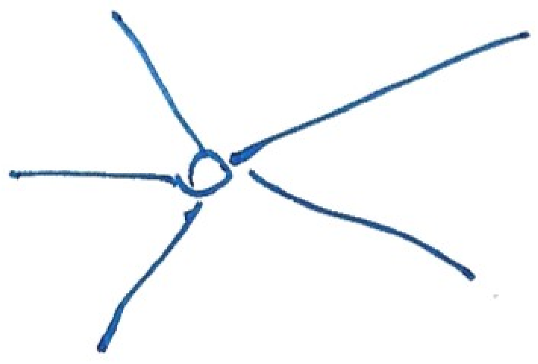
$$n_{opsp} = 6 - n_{ps}$$

2.) Glej 2.1

3.) Vez povzroči, da imajo telesa na mestu vezi skupno vsaj eno komponento pomika ali zasuka.

$$n_{ps} = k_{ux} + k_{uy} + k_{uz} + k_{lx} + k_{ly} + k_{lz}$$

$$\boxed{n_{opsv} = 6k - n_{ps}}$$



$k_{ux}=1$ $k_{lx}=k$

$k_{uy}=1$ $k_{ly}=k$

$k_{uz}=1$ $k_{lz}=k$

N_{ekk} – št. enakih kin. količin.

$$n_{opsv} = 6k - 1\cdot N_{ekk} - k(6-N_{ekk}) = -N_{ekk} + kN_{ekk} = \boxed{N_{ekk}(k-1) = n_{opsv}}$$

$k=5$

$n_{opsv} = 30 - 3 - 15 = \underline{12}$

ali

$n_{opsv} = 3(5-1) = \underline{\underline{12}}$

4.) $\tilde{n}_{ps} = 6k - \sum n_{opsv} - \sum n_{opsp}$ $\tilde{n}_{ps} = 3k - \sum n_{opsv} - \sum n_{opsp}$

VOZLIŠČA PODPORE

5.) 1.) Določimo kin. neznanke $u_A, w_A, \varphi_A, u_B, w_B, \varphi_B$

2.) Napišemo kinematične enačbe v podporah, vezeh in za vsak element (3)

3.) kin. enačbe zapišemo v matrični obliki in izračunamo

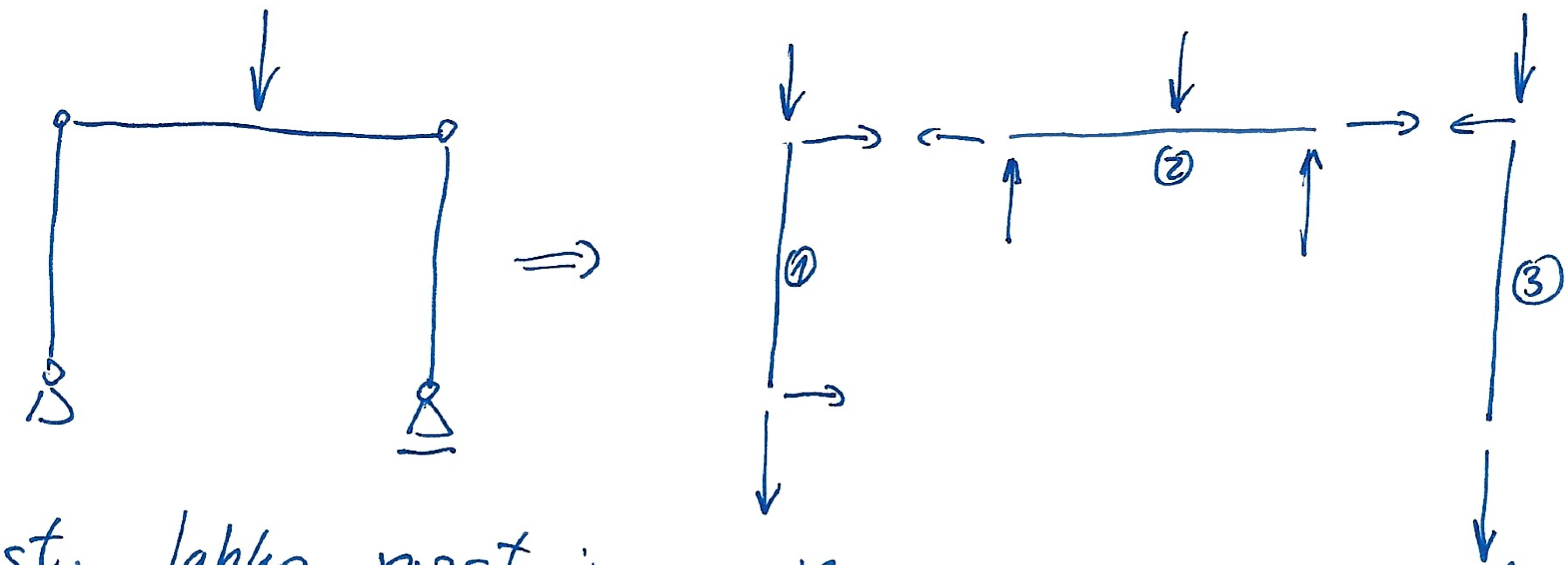
$\det(A) \neq 0$ – TELO MIRUJE

$\det(A) = 0$ – TELO SE PREMIKA

4.) Izračunamo rang matrike

$\boxed{n_{ps} = n_{kn} - \text{rang}(A)}$

6.)



Konst. lahko razstavimo na posamezne elemente, tako, da ~~si~~ vezi in podpore nadomestimo s silami, ki delujejo po principu akcije-reakcije.

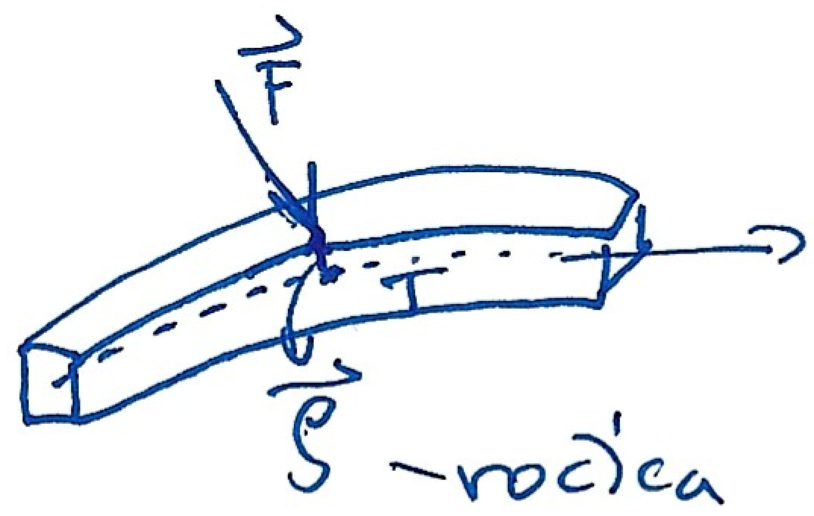
7.)

8.) Konst. razrežemo na toga ~~tela~~ telesa in vezi. Vplive vseh odstranjenih delov nadomestimo s silami pri čemer upoštevamo ustrezne reakcije podpor in zakon akcije-reakcije. Zahtevamo mirovanje vseh togih teles in vezi, kar dosežemo z ravnotežnimi pogoji. Iz teh pogojev določimo sile v vezeh ter reakcije. Račun se izide pri statično določenih konst., v kolikor so te stabilno podprte in povezane med seboj.

4.) LINIJSKE KONSTRUKCIJE

1.) Ena dimenzija je bistveno večja od drugih

$L >> b, h$



$M^T = \vec{\rho} \times \vec{F}$ moment na os

$\boxed{\vec{\mathcal{M}}(s) = \frac{d\vec{M}}{ds}}$ LINIJSKA MOMENTNA OBTEŽBA $[Nm/m]$

$\boxed{\vec{p}(\vec{s}) = \frac{d\vec{F}}{ds}}$ LINIJSKA OBTEŽBA $[N/m]$

$d\vec{F} = \vec{p} \cdot ds$

$d\vec{M} = \vec{\mathcal{M}}(\vec{s}) \cdot ds$

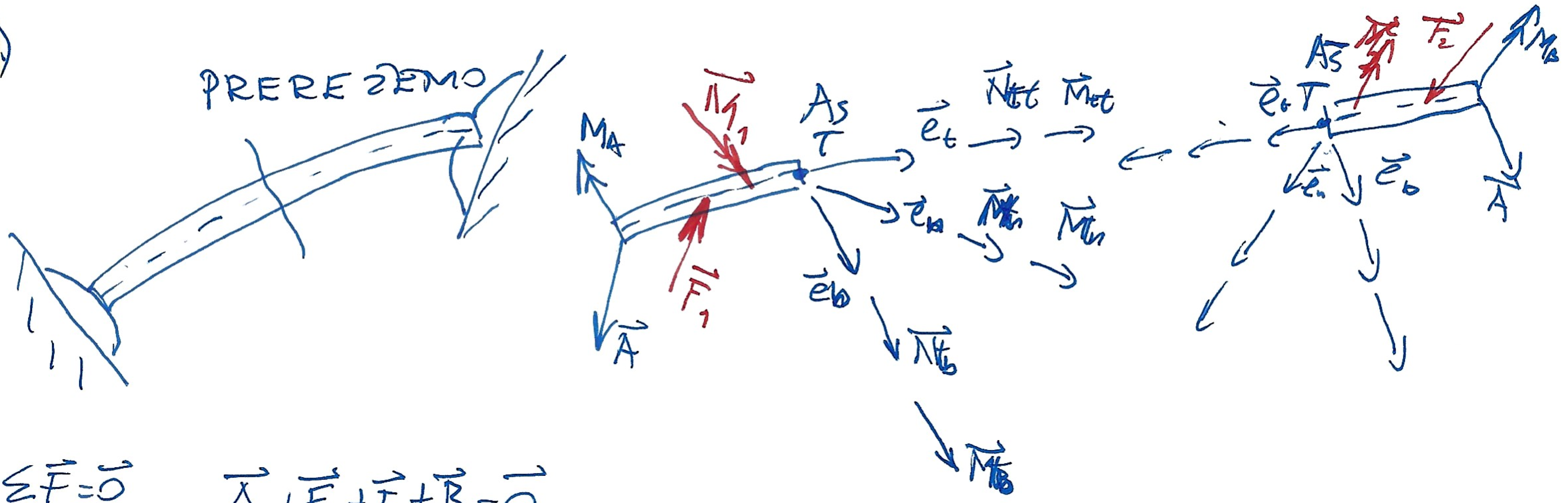
$d\vec{F} = p_z \cdot ds \cdot \vec{e}_z$ LINIJSKA OBTEŽBA ZARADI LASTNE TEŽE

$p_z = \gamma \cdot h \cdot b$

2.) Pri statično določenem sistemu, so zunanje obremenitve v ravnotežju, zato tak sistem miruje.

Da lahko nosilni element prenese aktivne zunanje obremenitve do podpor, se morajo tudi znotraj njega pojaviti obremenitve, ki jih imenujemo notranje sile in momenti.

2)



$$\sum \vec{F} = \vec{0} \qquad \vec{A} + \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{B} = \vec{0}$$

$$\sum \vec{M}^T = \vec{0} \qquad \vec{M}_A + \vec{M}_1 + \vec{M}_2 + \vec{M}_B + \vec{r}_A \times \vec{A} + \vec{r}_1 \times \vec{F}_1 + \vec{r}_2 \times \vec{F}_2 + \vec{r}_B \times \vec{B} = \vec{0}$$

A_S – PREREZ S POZ. NORMALO

$A_{\bar{S}}$ – PREREZ Z NEG. NORMALO

$$\sum_{\text{LEVO}} \vec{F} = \vec{0} \rightarrow \vec{A} + \vec{F}_1 + \vec{N}_t = \vec{0}$$

$$\sum_{\text{LEVO}} \vec{M}^T = \vec{0} \rightarrow \vec{M}_A + \vec{M}_1 + \vec{M}_t + \vec{r}_A \times \vec{A} + \vec{r}_1 \times \vec{F}_1 = \vec{0}$$

$$\sum_{\text{DESNO}} \vec{F} = \vec{0} \rightarrow \vec{B} + \vec{F}_2 + \vec{N}_{\bar{t}} = \vec{0}$$

$$\sum \vec{M}^T = \vec{0} \rightarrow \vec{M}_B + \vec{M}_2 + \vec{M}_{\bar{t}} + \vec{r}_B \times \vec{B} + \vec{r}_2 \times \vec{F}_2 = \vec{0}$$

$$\sum_{\text{LEVO}} \vec{F} + \sum_{\text{DESNO}} \vec{F} = \vec{0} \rightarrow \vec{N}_t + \vec{N}_{\bar{t}} = \vec{0} \qquad \vec{N}_{\bar{t}} = -\vec{N}_t$$

$$\sum \vec{M}^T + \sum \vec{M}^T = \vec{0} \rightarrow \vec{M}_{\bar{t}} = -\vec{M}_t$$

$$\vec{N}_t = N_{tt}\,\vec{e}_t + N_{tn}\cdot\vec{e}_n + N_{tB}\cdot\vec{e}_B = N_t\cdot\vec{e}_t + N_n\cdot\vec{e}_n + N_b\cdot\vec{e}_b$$

$$\vec{M}_t = M_{tt}\cdot\vec{e}_t + M_{tn}\cdot\vec{e}_n + M_{tB}\cdot\vec{e}_b = M_t\,\vec{e}_t + M_n\,\vec{e}_n + M_b\cdot\vec{e}_b$$

N_t – osna sila

N_n – prečna sila (strižna) v smeri normale

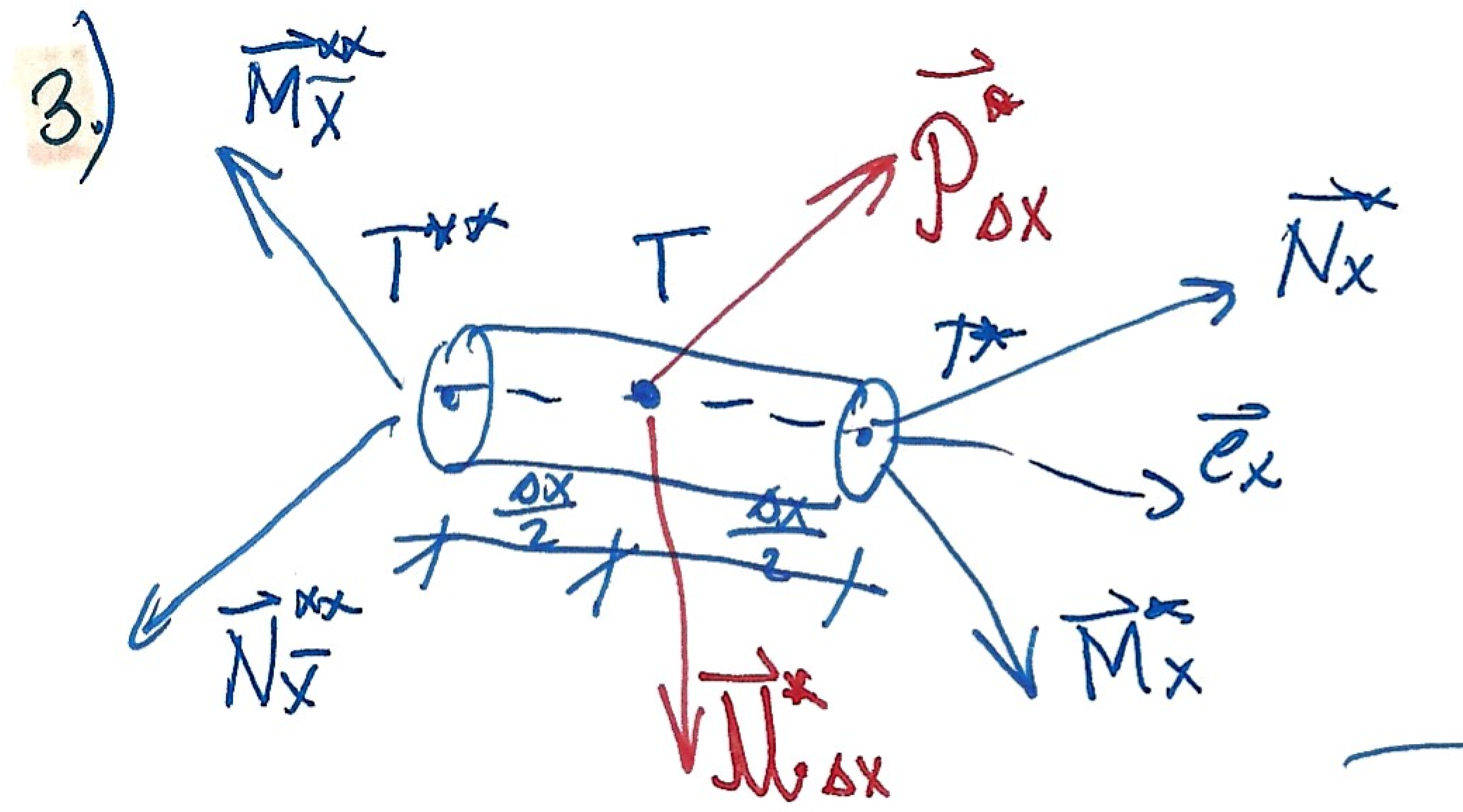
N_b – prečna sila v smeri binormale

M_t – Torzijski moment

M_n – Upogibni moment okoli osi n

M_b – upogibni moment okoli osi b

3.)



$$\sum_{\Delta x} \vec F = \vec 0 \qquad \vec N_x^* + \vec N_x^{**} + \vec P^*(\cancel{\Delta x})\cdot \Delta x = \vec 0$$

$$\sum_{\Delta x} \vec M = \vec 0 \qquad \vec M_x^* + \vec M_x^{**} + \vec{\mathcal M}^*(\cancel{\Delta x})\cdot\Delta x + \vec r_{TT^*}\times \vec N_x^* + \vec r_{TT^{**}}\times \vec N_x^{**} = \vec 0$$

$$\vec r_{TT^*} = \frac{\Delta x}{2}\cdot \vec e_x$$
$$\vec r_{TT^{**}} = -\frac{\Delta x}{2}\cdot \vec e_x$$
$$\vec N_x^{**} = -\vec N_x^{**}$$
$$\vec M_x^{**} = -\vec M_x^{**}$$

$$\vec N_x^* - \vec N_x^{**} + \vec P(x)\cdot \Delta x = \vec 0 \quad /\cdot\frac{1}{\Delta x}$$

$$\vec M_x^* - \vec M_x^{**} + \vec{\mathcal M}(x)\cdot\Delta x + \frac{\Delta x}{2}\vec e_x\times\vec N_x^* - \frac{\Delta x}{2}\vec e_x\times(-\vec N_x^{**}) = \vec 0 \quad /\frac{1}{\Delta x}$$

$$\frac{\vec N_x^* - \vec N_x^{**}}{\Delta x} + \vec P^*(x) = \vec 0$$

$$\frac{\vec M_x^* - \vec M_x^{**}}{\Delta x} + \vec{\mathcal M}^*(x) + \frac{1}{2}\vec e_x\times\vec N_x^* + \frac{1}{2}\vec e_x\times\vec N_x^{**} = \vec 0$$

$\lim_{\Delta x\to 0}$

$$\frac{\vec N_x - \vec N_x^{**}}{\Delta x} \to \frac{\Delta N_x}{\Delta x} + \vec P^*(x) = \vec 0 \Rightarrow \boxed{\frac{d\vec N_x}{dx} + \vec P(x) = \vec 0}$$

$$\cancel{\frac{\Delta M_x}{\Delta x} + \vec{\mathcal M}(x) = \vec 0 \Rightarrow \frac{d\vec M_x}{dx} + \vec{\mathcal M}(x) = \vec 0}$$

$$\frac{\vec M_x^* - \vec M_x^{**}}{\Delta x} \to \frac{\Delta M_x}{\Delta x} + \vec{\mathcal M}^*(x) + \vec e_x\times\frac{\vec N_x^* + \vec N_x^{**}}{2} = \vec 0 \qquad \boxed{\frac{d\vec M_x}{dx} + \vec{\mathcal M}(x) + \vec e_x\times\vec N_x = \vec 0}$$

Zapišemo $N_x, M_x, P(x), \mathcal M(x)$ po komponentah:

$$\vec N_x = N_x\vec e_x + N_y\vec e_y + N_z\vec e_z$$
$$\vec M_x = M_x\vec e_x + M_y\vec e_y + \dots$$
$$\vec P(x) = P(x)\vec e_x + P(x)\vec e_y + \dots$$
$$\vec{\mathcal M}(x) = \mathcal M(x)\vec e_x + \dots$$

$$\boxed{\begin{array}{l}\vec N_x^*, \vec N_x^{**} \to \vec N_x \\ \vec M_x^{**}, \vec M_x^* \to \vec M_x\end{array}}$$

$$\begin{vmatrix} \vec e_x & \vec e_y & \vec e_z \\ 1 & 0 & 0 \\ N_x & N_y & N_z \end{vmatrix} = -N_z\vec e_y + N_y\vec e_z$$

$\frac{dN_x}{dx} + P_x(x) = 0$	$\frac{dN_y}{dx} + P_y(x) = 0$	$\frac{dN_z}{dx} + P_z(x) = 0$
$\frac{dM_x}{dx} + \mathcal M_x(x) = 0$	$\frac{dM_y}{dx} + \mathcal M_y(x) - N_z = 0$	$\frac{dM_z}{dz} + \mathcal M_{\cancel{y}}(x) + N_y = 0$

RAVNINA x,z

$$dN_x + P_x(x) = 0$$
$$\frac{dN_z}{dx} + P_z(x) = 0$$
$$\frac{dM_y}{dx} + \underbrace{\mathcal M_y(x)}_{\text{VELIKOKRAT} = 0} - N_z = 0$$

4.) $n = \sum n_{opsp} + \sum n_{opsv} - 3k \rightarrow \quad n = n_p - 2n_v - n_r$

$n = \sum n_{opsp} + \sum n_{opsv} - 6k \rightarrow \quad n = n_p - 3n_v - 2n_{r1} - n_{r2}$

n_{r1} - podpore ki preprečijo 1 pomik

n_{r2} - podpore, ki preprečijo 2 pomika

5.) 1.) Izrez vozlišč

2.) Prerez čez palice

6.) 1.) Določimo globalni koordinatni in lokalne koordinatne sisteme

2.) Odstranimo podpore in vezi ter določimo reakcije

3.) Določimo polja

4.) V vsakem polju razrežemo konst. v poljubni točki

5.) Predpostavimo notranje statične količine skladno s smerjo normale

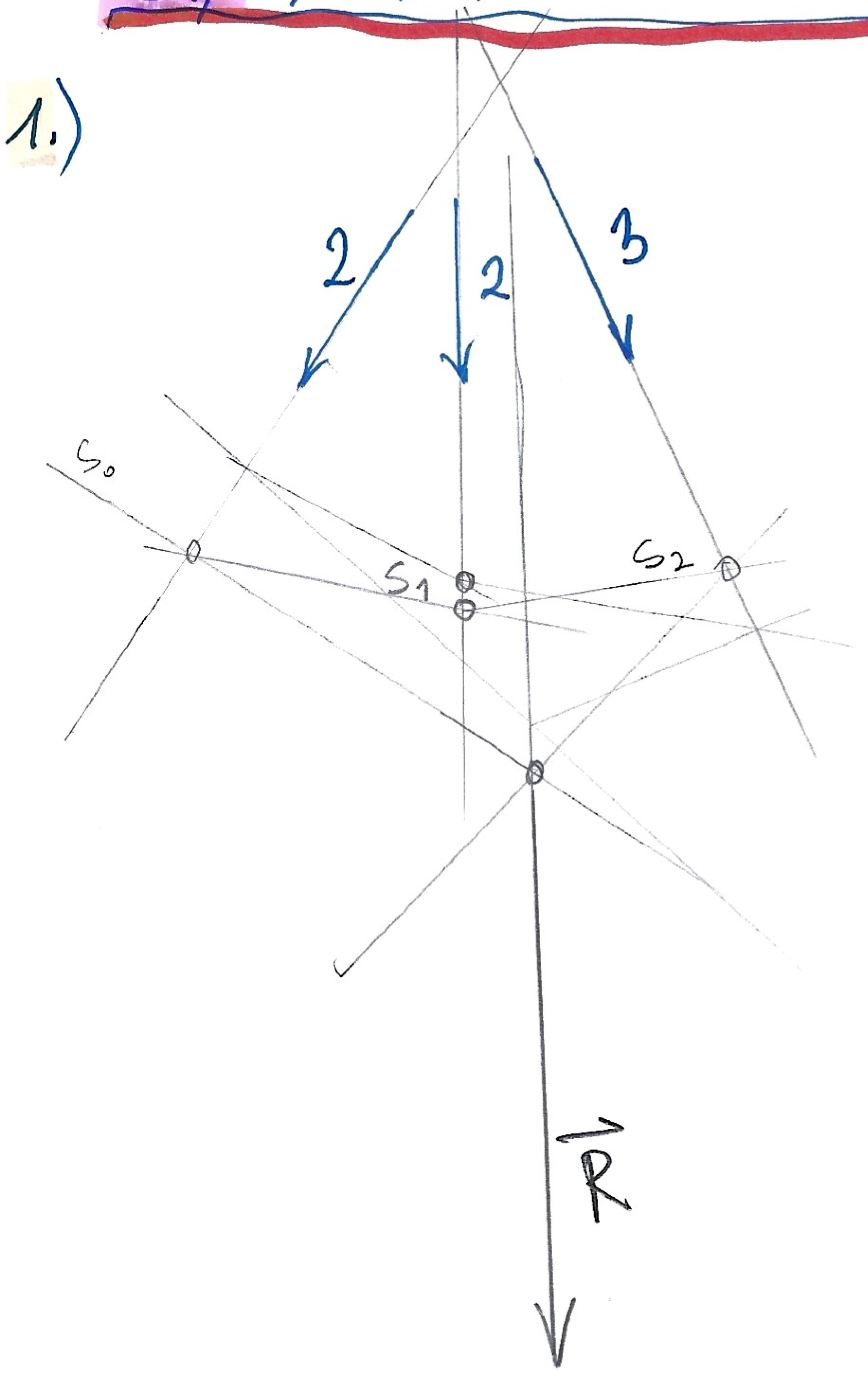
6.) Zapišemo ravnotežne enačbe, izračunamo notranje sile, in narišemo diagrame

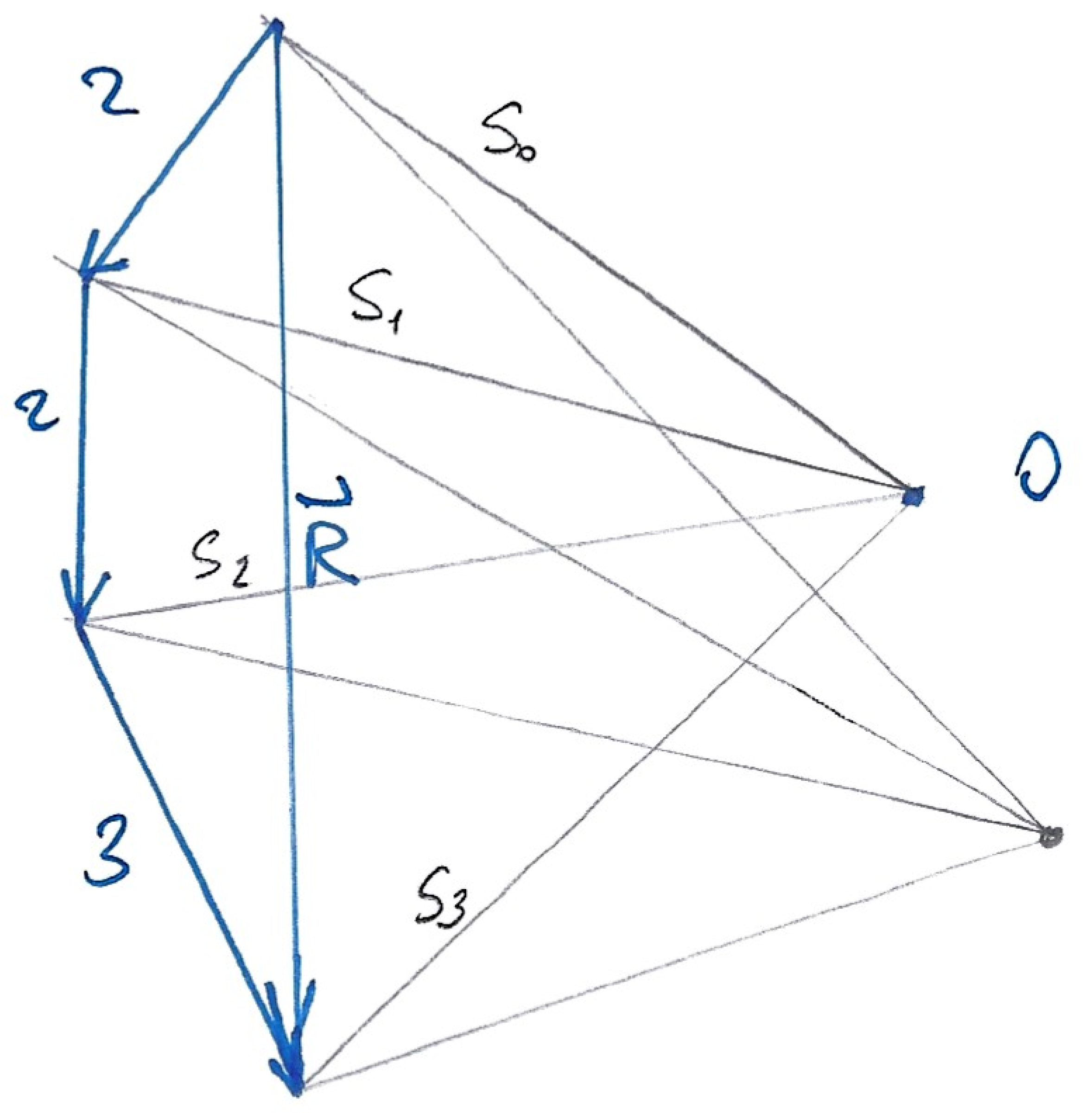
---

~~4.)~~ 5.)

5.) GRAFIČNE METODE ZA RAVNINSKI SISTEM SIL

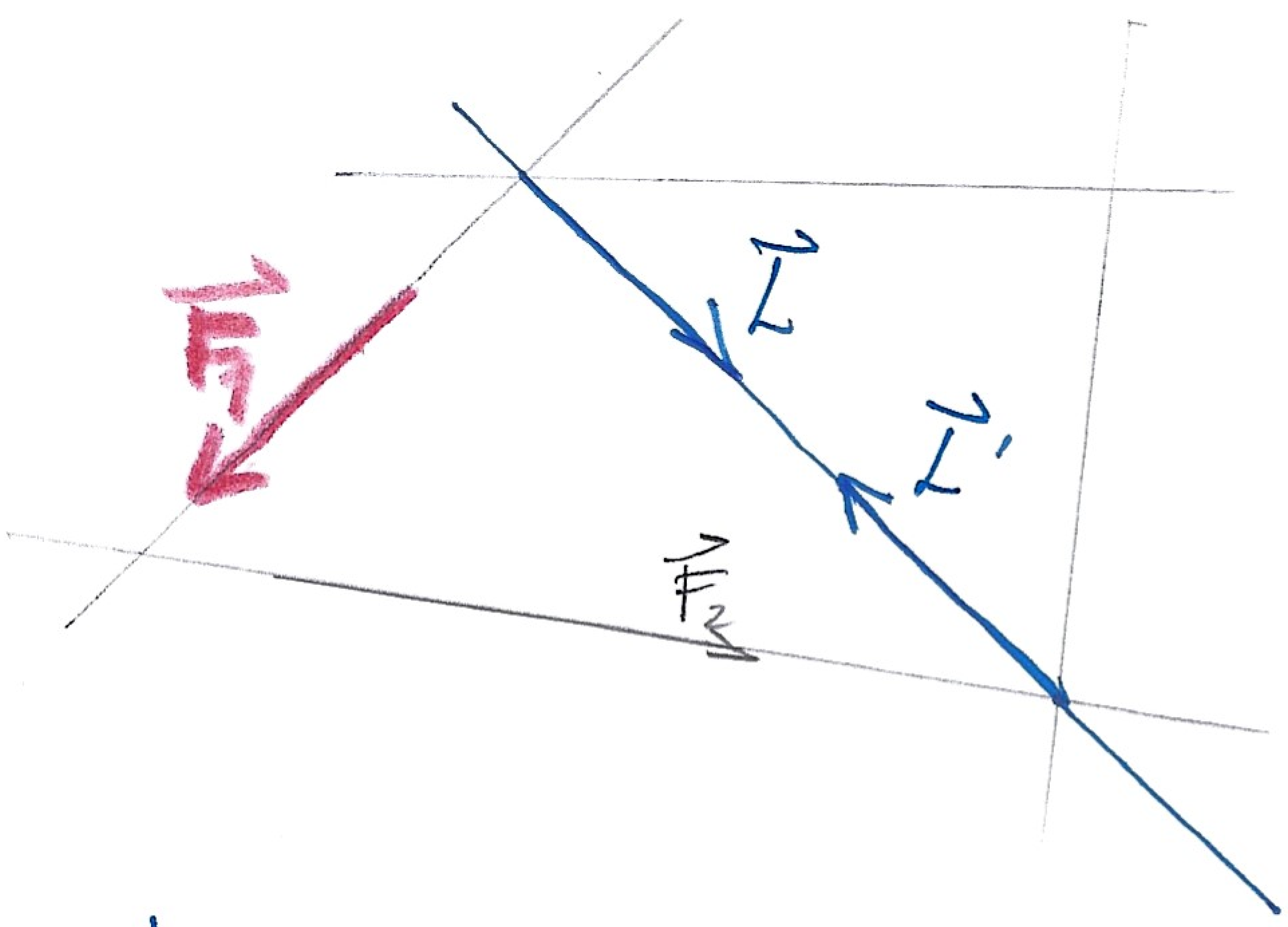
1.)

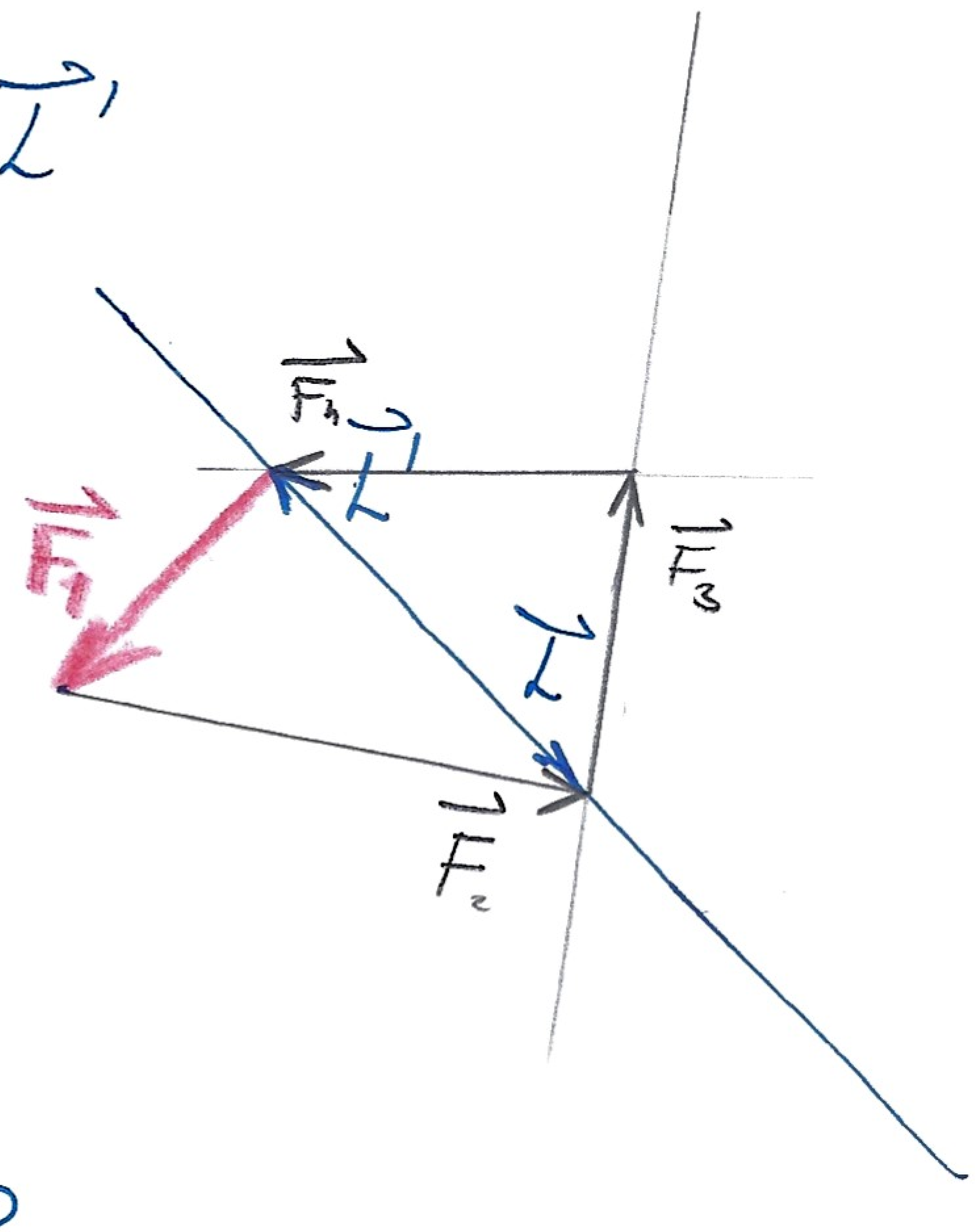




2.) CULMANOVA PREMICA -1 : $\vec{L}, \vec{L}'$

$\vec{L} = -\vec{L}'$

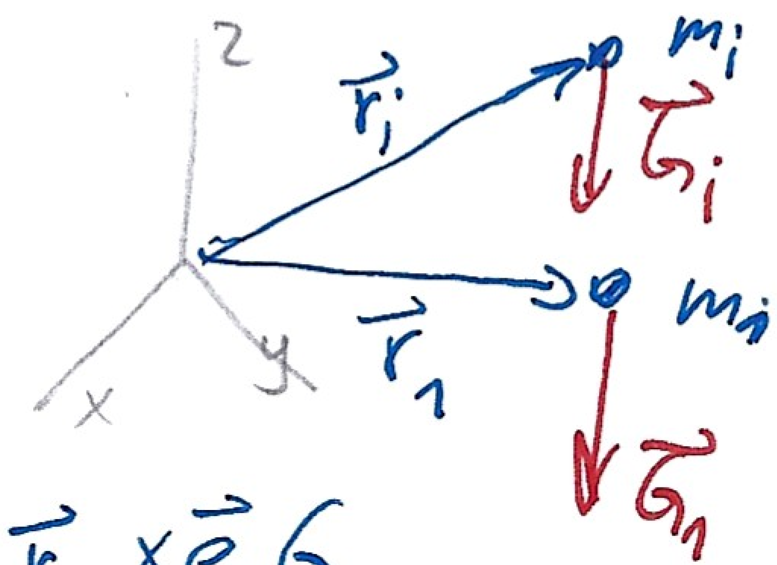




1.) DOLOČIMO CULMANOVO PREMICO
2.) $\vec{F}_1$ URAVNOTEŽIMO Z $\vec{L}'$ in $\vec{F}_3$
3.) $\vec{L}'$ URAVNOTEŽIMO Z $\vec{L}$
4.) $\vec{L}$ → URAVNOTEŽIMO S $\vec{F}_2$ in $\vec{F}_1$

6) TEŽIŠČE TELESA

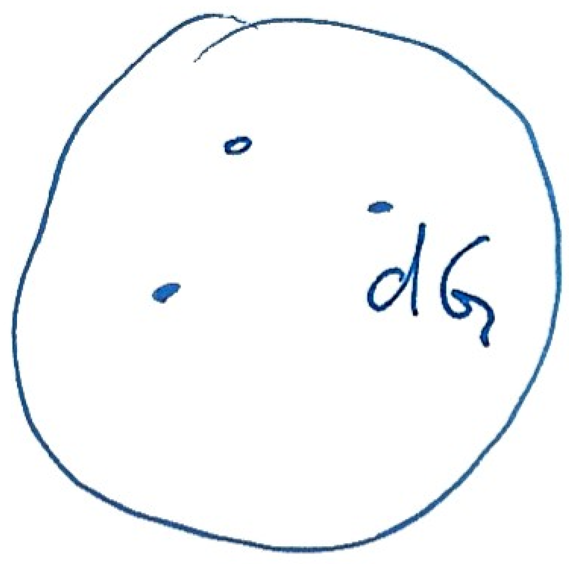
1)
$$\vec{G}_i = m_i \vec{g} = m_i g(-\vec{e}_z) = -G_i \vec{e}_z$$
$$\vec{G}_i = G_i \vec{e}$$



$$\vec{M}_R^o = \vec{r}_T \times \vec{G} = \sum \vec{r}_i \times \vec{G}_i = \underbrace{\sum \vec{r}_i \times \vec{e} G_i = \vec{r}_T \times \vec{e} G}$$
$$\left(G\vec{r}_T - \sum G_i \vec{r}_i\right) \times \vec{e} = \vec{0}$$
$$G\vec{r}_T - \sum G_i \vec{r}_i = 0$$

$$\boxed{\vec{r}_T = \frac{1}{G} \sum_{i=1}^{n} G_i \vec{r}_i}$$

TEŽIŠČE SISTEMA DELCEV



$$G = \int_{\text{celo telo}} dG \qquad dG = \gamma\, dV = \rho g\, dV \Rightarrow G = \int_V \gamma(x,y,z)\, dV$$

$$\boxed{\vec{r}_T = \frac{1}{G} \int_{\text{celo telo}} \vec{r}\, dG}$$

TEŽIŠČE ZA ZVEZNO TELO.

$$\boxed{\vec{r}_T = \frac{1}{G} \int_V \vec{r}\, \gamma(x,y,z)\, dV}$$

γ – KONST.

$$G = \gamma \int_V dV = \gamma \cdot V$$

$$\boxed{\vec{r}_T = \frac{1}{V} \int_V \vec{r}\, dV}$$

KONSTANTNO DEBELO TELO

$$dV = dA \cdot s \Rightarrow V = s \int_A dA = sA$$

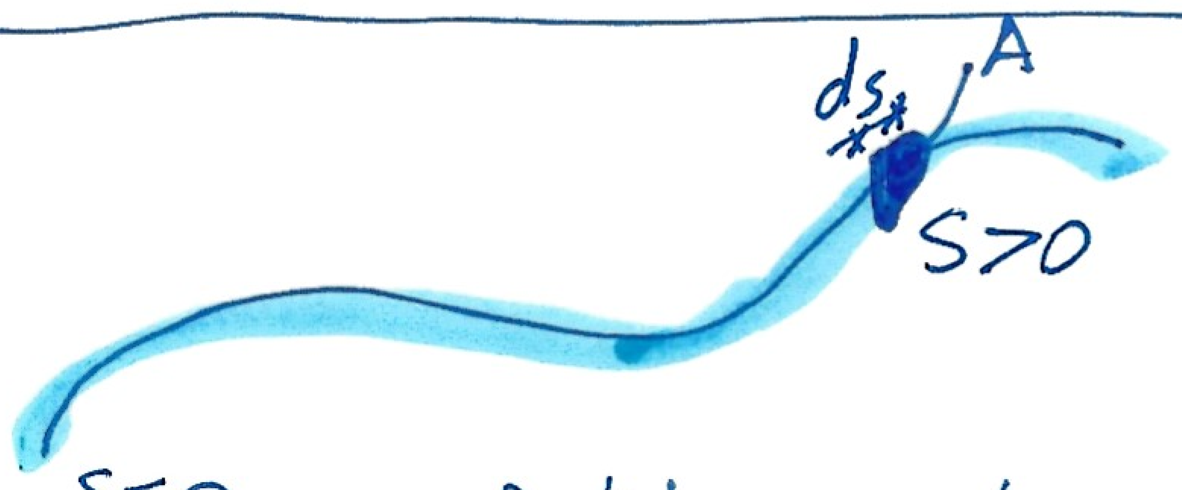
$$\vec{r}_T = \frac{1}{\cancel{s}A} \int_A \cancel{s}\, \vec{r}\, dA$$

$$\boxed{\vec{r}_T = \frac{1}{A} \int_A \vec{r}\, dA}$$

$$V = \int_K A\, ds = A \int_K ds = A\ell$$

$$\vec{r}_T = \frac{1}{A\ell} \int_K A \vec{r}\, ds$$

$$\boxed{\vec{r}_T = \frac{1}{\ell} \int_K \vec{r}\, ds}$$



ELEMENT S KONSTANTNIM PREREZOM

Dolžina elementa $= \ell$

7.) IZREK O VIRTUALNIH POMIKIH

1.) Vezi v sistemu delcev so toge - TOGO TELO ali so deformabilne - Deformabilno telo.

$\tilde{n}_{ps} = 6K - \sum n_{opsp} - \sum n_{opsv}$

• POSPLOŠENE KOORDINATE

a) Z njimi enolično opišemo lego delca.

$$\vec{r} = r(q_1, q_2, \dots q_{n_{ps}})$$

Precej olajšajo obravnavo točk pri omejitvi gibanja. Posplošene koordinate $q_i(t)$ so časovne funkcije, njihovo število je enako številu prostostnih stopenj telesa.

• POSPLOŠEN POMIK - POMIK, ZASUK, SPREMEMBA VOLUMNA, PLOŠČINE

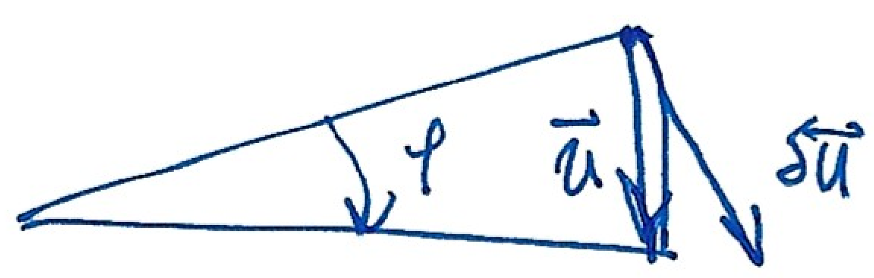
• POSPLOŠENE SILE - SILE, MOMENTI, PRITISKI

• Posplošene koordinate (δu) so lahko ($\delta\varphi$) različne (δV) geometrijske količine. Izberemo jih tako, da je reševanje naloge najlažje $\vec{r} = (x, y) \Rightarrow \vec{r} = (\cos\varphi, \sin\varphi)$

2.) VIRTUALNI POMIK $\delta\vec{u}$ JE LINEARNI DEL MOŽNEGA POMIKA.

$$\boxed{\delta\vec{u} = \sum_{i=1}^{n} \frac{\partial\vec{r}}{\partial q_i}\delta q_i}$$

Iz Taylorjeve vrste



$\delta u = r\tan\varphi$

$u = r\varphi$ (radiani)

Če je sistem delcev v ravnotežju, potem je virtualno delo zunanjih sil enako 0 in obratno.

3.)

4.) Na vsak delec delujejo sile $\vec{F}_i, \vec{R}_i, \vec{S}_{ij}$

$\boxed{h_{ps} > 0}$

MOŽNI POMIK

če delec miruje $\vec{F}_i + \vec{R}_i + \sum_{j=1}^{N} \vec{S}_{ij} = \vec{0} \quad / \cdot \delta \vec{u}_i$

$$\vec{F}_i \cdot \delta\vec{u}_i + \vec{R}_i \, \delta\vec{u}_i + \sum_{j=1}^{N} S_{ij} \cdot \delta u_i = 0$$

VIRTUALNO DELO SIL NA DELCU i, ki se premakne za $\delta\vec{u}_i$

$$\delta W = \sum_{i=1}^{N} \delta W_i = \sum_{i=1}^{n} \vec{F}_i \cdot \delta\vec{u}_i + \cancel{\sum_{i=1}^{n} \vec{R}_i \cdot \delta u_i} + \cancel{\sum_{j=1}^{N} \sum_{i=1}^{n} \vec{S}_{ij} \, \delta\vec{u}_i} = 0$$

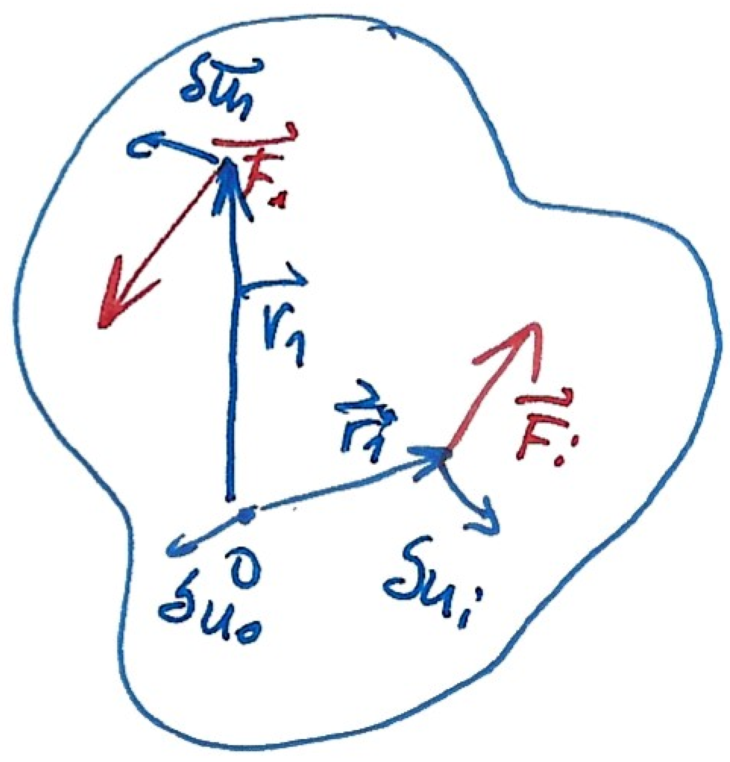
δu_i - LINEARNI DEL MOŽNEGA POMIKA

$$\boxed{\delta W = \sum_{i=1}^{N} F_i \, \delta u_i = 0}$$

SISTEM DELCEV

Če je sistem delcev v ravnotežju potem je $\delta W = 0$ in obratno.

TOGO TELO: Deluje s sil F_i $i = 1, \dots, s$



$$\delta W = \sum_{i=1}^{s} \vec{F}_i \, \delta u_i = 0$$

$$\delta\vec{u}_i = \delta\vec{u}_o + \delta\vec{\varphi}_o \times \vec{r}_i$$

$$\delta W = \sum_{i=1}^{s} \vec{F}_i \left(\delta\vec{u}_o + \delta\vec{\varphi}_o \times \vec{r}_i\right) = \sum_{i=1}^{s} \vec{F}_i \, \delta\vec{u}_o + \sum_{i=1}^{s} \vec{F}_i \left(\delta\vec{\varphi}_o \times \vec{r}_i\right)$$

$$= \delta\vec{u}_o \underbrace{\sum_{i=1}^{s} \vec{F}_i}_{\vec{R}} + \delta\vec{\varphi}_o \underbrace{\sum_{i=1}^{n} \vec{r}_i \times \vec{F}_i}_{\vec{M}_R} = \delta\vec{u}_o \cdot \vec{R} + \delta\vec{\varphi}_o \cdot \vec{M}_R$$

$$\boxed{\delta W = \delta\vec{u}_o \cdot \vec{R} + \delta\vec{\varphi}_o \cdot \vec{M}_R = 0}$$

TOGO TELO

$\delta\vec{u}_o$ in $\delta\vec{\varphi}_o$ sta poljubna in neodvisna

5.) $\delta W = \sum_{i=1}^{n} F_i \, \delta u_i = \sum_{i=1}^{n} \vec{F}_i \cdot \sum_{j=1}^{n} \frac{\partial \vec{r}_i}{\partial q_j} \delta q_j = 0$

~~$\delta W = \sum_{i=1}^{N} F_i \dots$~~

$\delta W = Q_1 \, \delta q_1 + Q_2 \, \delta q_2 + \dots + Q_n \, \delta q_n = 0$

Q_i - posplošene sile

POSPLOŠENI POMIK	POSPLOŠENA SILA
δu	sila
$\delta \varphi$	Moment

6.)

7.) 1.) Sprostimo neko podporo, vez ali v polju na mestu in v smeri iskane količine, $n_{ps}=1$

2.) Konstrukcijo premaknemo za virtualni pomik na mestu sprostitve ($\delta \vec{u}$)

3.) Zapišemo izrek o virtualnem delu $\delta W = 0$

4.) Rešimo enačbo.

8.) DOLOČITEV VPLIVNICE

VPLIVNICA → velikost statične količine S (reakcija, sila v vezi, polju), če deluje sila $F=1$ na mestu $x=x_F$

$\eta_S(x_F)$ VPLIVNICA

$S = F\,\eta_S(x_F)$ STATIČNA KOLIČINA (iskana $A_z, N, \dots$)

1.) V konst. sprostimo prostostno stopnjo na mestu in v smeri S

2.) Premaknemo konst. na mestu delovanja S za pomik ali zasuk v nasprotni smeri delovanju sile S $\quad |\delta\vec{\varphi}| = |\delta\vec{u}| = 1$

3.) $\delta W = 0 \quad -S\,\delta w + F\,\delta w_F = 0 \Rightarrow S = F\,\delta w_F = F\,\eta_S(x) \Rightarrow \boxed{\eta_S(x) = \delta w_F(x)}$